

文章编号: 1000-7598 (2010) 02-0345-05

曲线翼型裂纹扩展路径理论分析及试验验证

李 强^{1,2}, 杨 庆², 栾茂田², 贾景超²

(1. 石家庄铁道学院 土木分院, 石家庄 050043; 2. 大连理工大学 土木水利学院, 大连 116024)

摘 要: 采用数值和试验的方法对翼型裂纹的扩展路径进行分析, 发现单轴下张开型裂纹的翼型裂纹的扩展路径逼近于过原主裂纹中心点、平行于最大主应力的一条直线。基于翼型裂纹路径这个特点, 采用了双曲线参数方程近似表达真实翼型裂纹的扩展路径, 通过翼型裂纹的起裂角、起裂点及翼型裂纹的渐近线方程求解了双曲线方程中的未知参数。采用双曲线翼型裂纹路径和试验中所得翼型裂纹路径进行了对比分析, 二者吻合得很好, 验证了采用双曲线近似表示真实存在的翼型裂纹模型的正确性。应用双曲线翼型裂纹模型对翼型裂纹的扩展和失稳进行分析, 采用 ABAQUS 求解了双曲线翼型裂纹模型的应力强度因子, 并与试验进行对比, 发现双曲线翼型裂纹模型能很好地解释翼型裂纹的实际扩展规律, 这表明了采用双曲线近似表示真实翼型裂纹路径的有效性。

关 键 词: 翼型裂纹; 扩展路径; 应力强度因子; 单轴压缩; 岩石断裂

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

Study of curved wing crack path by theory and testing methods

LI Qiang^{1,2}, YANG Qing², LUAN Mao-tian², JIA Jing-chao²

(1. School of Civil Engineering, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, China;

2. School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;)

Abstract: Based on the research of the propagation paths of the wing cracks under uniaxial compression by the methods of experiments and numerical simulation. It is found that the wing crack extend along a curved path and gradually approximate to the line which passes the middle point of the main crack and is parallel to the direction of maximum principal stress. According to the geometric characteristics of the wing crack paths, a hyperbolic equation is set up to describe the curved paths of wing cracks approximately. In the equation, the unknown parameters are determined by the crack initiation angle, the crack length and the angle between the direction of the maximum principal stress and the crack surface. Then the comparative analysis of the paths by the hyperbolic equation and the experiments is made; and the results show that the paths by the hyperbolic equation are in concordance with those by experiments, so as to prove that the hyperbolic equation can be used to describe the propagation paths of wing cracks under compression. Furthermore, the stress intensity factors along the hyperbolic path are calculated by ABAQUS; then the extending loads of the wing cracks are analyzed. Through comparing with the experiment results, it is found that the extending loads by the hyperbolic wing cracks fit better with ones by the experiments so as to show validity of the results in the paper.

Key words: wing crack; propagation path; stress intensity factor; uniaxial compression; rock fracture

1 引 言

众多的试验表明^[1], 在单轴和低围压下张开型的裂纹破坏都是由于翼型裂纹的贯通造成的。对多裂纹体而言, 翼型裂纹也是裂纹相互贯通和岩桥破坏的重要原因, 因此, 研究翼型裂纹的扩展规律对研究节理岩体的破坏模式和破坏机制有重要的意义, 众多的文献对此进行了研究^[1-15]。

对于真实的曲线翼型裂纹, 采用理论研究非常困难, 其中重要的结论为文献[2]中采用复变函数的方法得出了理论解, 但式子非常复杂, 为多阶的奇异积分复数方程, 不能得到积分方程的闭合解, 即使采用数值方法也有一定难度, 文献[2]对其进一步近似, 得到了近似的数值解, 但近似得到的翼型裂纹形状和试验的结果仍有一定的差别^[2-4]。此后, 很多学者进行这方面的研究。但不足的是, 大多数

收稿日期: 2008-06-27

基金资助: 国家自然科学基金项目 (No. 50908153)。

第一作者简介: 李强, 男, 1979 年生, 博士, 讲师, 主要从事岩石断裂力学研究方面的工作。E-mail: anuoli@163.com

的结论^[4-11]都建立在假设的基础上,即假设翼型裂纹的为直线裂纹,且翼型裂纹的方向和最大主应力的方向相差不大,否则会产生较大的误差。

然而试验表明,裂纹在压剪作用下并不是沿直线路径扩展,而是曲线路径,这在张开型裂纹试验中尤其明显^[1]。从力学分析可知,翼型裂纹的应力强度因子与其几何形状有很大的关系,且以上研究大多针对闭合型裂纹的翼型裂纹,有必要对张开型裂纹的曲线翼型裂纹扩展特点进行深入研究。

在真实的曲线型翼型裂纹研究过程中,主要困难在于翼型裂纹的扩展路径未知,在这种情况下进行理论分析时,通常要假设翼型裂纹的路径(如直线裂纹);而采用有限元或边界元数值分析时,则需要模拟裂纹扩展过程中对网格进行重新剖分,这样实现起来有一定的困难。但如果能确定曲线翼型裂纹的路径,以上的问题解决起来相对比较容易,尤其在数值方法分析翼型裂纹时,由于裂纹边界已知,就避免了重新剖分网格,减少数值分析的难度;同时,只需通过计算翼型裂纹路径上的少数几个点的应力强度因子就确定出翼型裂纹的应力强度因子随其长度的变化曲线,进而对裂纹体的失稳破坏进行分析,减少了数值计算的工作量。

笔者通过试验对压缩作用下张开型裂纹的扩展进行了研究,发现压缩作用下张开型裂纹翼型裂纹的扩展路径有以下特点:翼型裂纹从原裂纹的尖端出发,沿曲线路径扩展,并逐渐逼近于过裂纹中点,且平行于最大主应力方向的一条直线。基于这个特点,本文采用双曲线近似模拟了真实的翼型裂纹的路径,并与试验得出的曲线翼型裂纹形状进行了对比,验证了其合理性。同时,计算了双曲线翼型裂纹的应力强度因子,进而分析了裂纹体的破坏失稳规律,并与试验结果进行比较,表明文中提出的断裂路径能很好地解释试验中裂纹体的破坏规律。

2 翼型裂纹的路径分析

2.1 基本模型

对于单轴压缩作用下的张开型裂纹模型,受力示意图如图 1 所示(只对平面状态进行讨论), σ_1 为压应力, α 为裂纹方向角, θ 为裂纹开裂方向角。

2.2 曲线翼型裂纹路径近似模型

从试验可以发现,单轴作用下张开型裂纹的翼型裂纹扩展路径的特点为:翼型裂纹沿曲线路径扩展,随着翼型裂纹长度的增加,逐渐地逼近于过初始裂纹中心点、平行于最大主应力方向的一条直线。

翼型裂纹的这个特点与双曲线非常相似,这里采用双曲线来近似表示翼型裂纹的路径,将翼型裂纹置入坐标系,如图 2 所示。

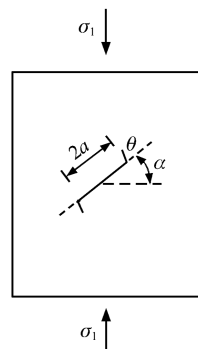


图 1 翼型裂纹受力示意图

Fig.1 The model of the open crack

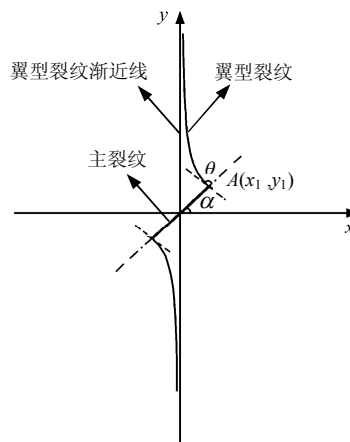


图 2 翼型裂纹几何模型

Fig.2 The geometric model of the wing crack

根据以上翼型裂纹的模型,如果采用双曲线方程表示,则可以写为下式:

$$(x-x_0)(y-y_0)=c \quad (1)$$

式中:含有 x_0 、 y_0 和 c 为 3 个未知的参数,采用以下 3 个已知条件来求解。

(1) 翼型裂纹过起裂点(x_1 , y_1):

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a \cos \alpha \\ y_1 &= a \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(2) 过起裂点的翼型裂纹的一个切线方程:

$$y = a \sin \alpha + (x - a \cos \alpha) \tan \theta \quad (3)$$

(3) 翼型裂纹的一个渐近线方程:

$$x = 0 \quad (4)$$

通过以上的 3 个已知条件式 (2) ~ (4), 求

解式(1)的3个未知参数, 可得

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= 0 \\ y_0 &= y_1 + x_1 \tan(\theta + \alpha) \\ c &= -x_1^2 \tan(\theta + \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

将式(2)和式(5)代入式(1), 得出主裂纹右侧翼型裂纹路径方程的表达式(左侧翼型裂纹路径方程与之关于原点对称):

$$x[y - a \cos \alpha \tan(\theta + \alpha) - a \sin \alpha] + a^2 \cos^2 \alpha \tan(\theta + \alpha) = 0 \quad (6)$$

曲线翼型裂纹表达式(6), 是在特定的坐标系中求解的。如果实际问题中坐标系不同, 翼型裂纹的曲线方程可以通过对坐标系的平移和旋转得到。从表达式(6)可知, 其未知参数为: 主裂纹的长度 a 、主裂纹的方向角 α 、翼型裂纹的初始起裂方向 θ 等参数, 物理意义明确, 其中主裂纹的长度 a 、主裂纹的方向角 α 是已知的, 翼型裂纹的初始起裂方向 θ 采用断裂力学中最大拉应力准则也容易得到, 所以表达式(6)容易求解, 在实际中应用更方便。

3 试验验证

采用相似材料熟石膏作为试件材料, 其中弹性模量 $E = 0.682 \text{ GPa}$, 波松比 $\nu = 0.32$, 抗拉强度为 0.384 MPa , 断裂韧性 $K_{IC} = 0.032 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}$, 试件外形尺寸均为 $250 \text{ mm} \times 180 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$, 预制裂纹按不同的长度和角度进行了布置, 在试件的双面画上了网格刻度线, 网格的宽度为 5 mm , 从而测得了单轴压缩下翼型裂纹的扩展路径(如图3所示, l 为翼型裂纹长度, 下同)以及裂纹的扩展载荷的特征。

试验观测到翼型裂纹扩展载荷 σ_1 随裂纹长度 l/a 的变化关系, 如图4所示。

将试验得到的翼型裂纹路径同文中近似表达式(6)得出的结果进行比较, 如图5所示, 图5中 l_x 为翼型裂纹长度在 x 方向的分量, l_y 表示 y 方向分量。

由图可知, 计算所得的翼型裂纹的形状和试验所得的翼型裂纹吻合得很好, 这表明式(6)能比较真实地反映实际存在的翼型的几何形状。

4 曲线翼型裂纹路径应用

已知了翼型裂纹的路径, 就可以采用文献[2]中理论的方法求解曲线翼型裂纹应力强度。同样, 也可以采用有限元方法求解曲线翼型裂纹路径上点的应力强度因子。由于裂纹边界预先已知, 避免了采

用有限元模拟裂纹扩展中网格重新剖分问题。同时, 只需通过已知翼型裂纹路径上的少数几个点就可以

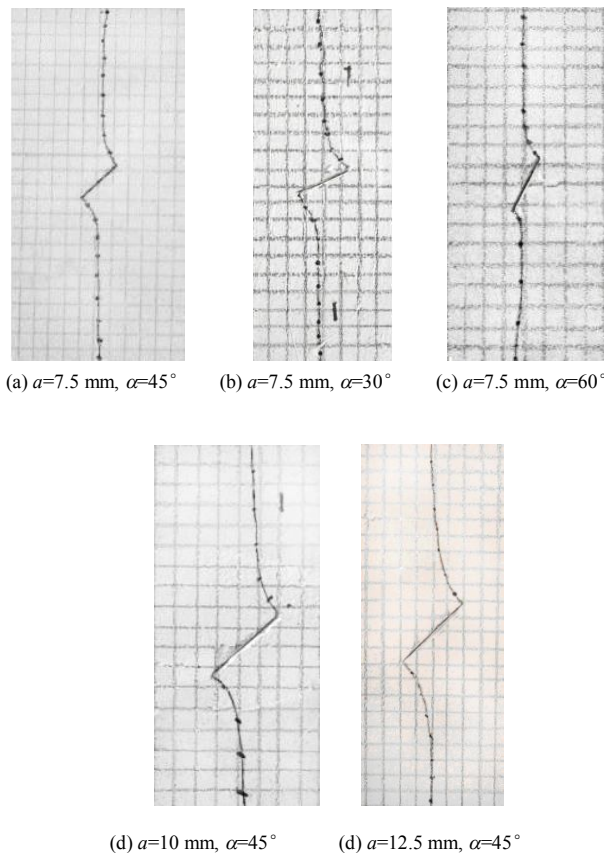
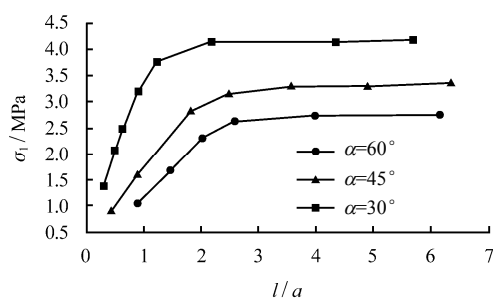
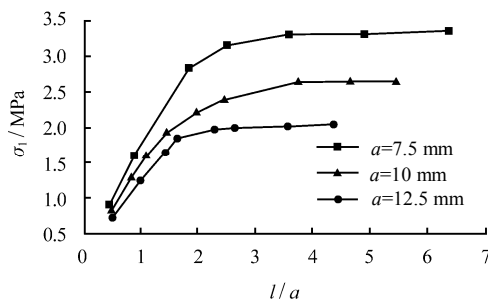


图3 翼型裂纹扩展路径试验

Fig.3 Paths of wing cracks by testing



(a) 初始裂纹长度 $a=7.5 \text{ mm}$



(b) 初始裂纹角 $\alpha=45^\circ$

图4 翼型裂纹扩展载荷试验值

Fig.4 Loads for wing cracks extending by testing

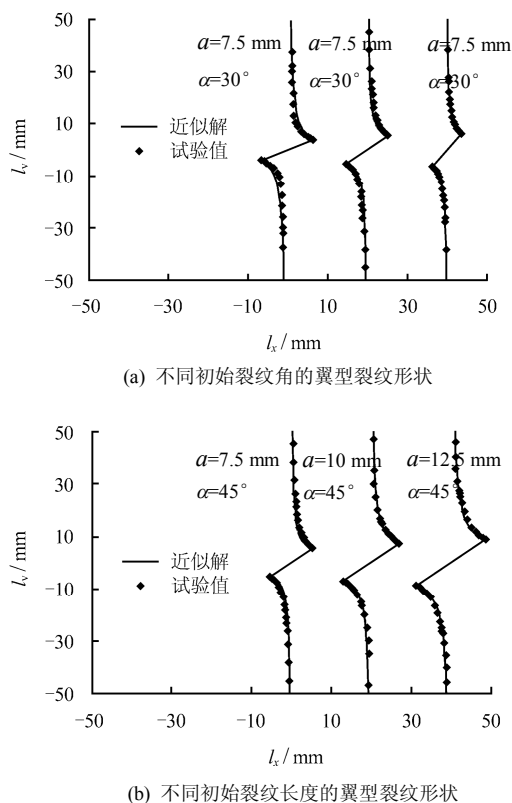


图5 翼型裂纹扩展路径的解析解和试验值

Fig.5 Paths for wing cracks extending by experimental and analytical methods

确定出翼型裂纹的应力强度因子随其长度的变化曲线,进而采用断裂力学对裂纹体的失稳破坏进行分析,减少了数值计算的工作量。

采用有限元软件 ABAQUS 中的断裂模块来求解由式(6)确定的翼型裂纹路径上长度不同共 34 个点的应力强度因子大小。其中数值模拟裂纹体大小为试验中实际试件的大小 (250 mm×100 mm),边界采用滑动边界。裂纹面的接触分析采用 ABAQUS 提供的接触对模拟,整个模型采用平面应力四边形单元,在原裂纹和翼型裂纹边界周围区域进行了局部加密,并在原裂纹尖端和翼型裂纹的尖端布置了奇异单元,划分了围线积分区域^[16],其有限元模型如图 6(b)所示。

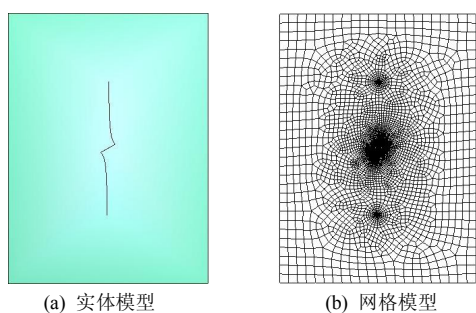


图6 翼型裂纹有限元模型

Fig.6 Finite element model for wing cracks

采用围线积分方法求出了双曲线翼型裂纹的应力强度因子 K 的大小如图 7 所示,进而求出了翼型裂纹扩展载荷,并与试验方法所得的翼型裂纹的扩展载荷进行对比分析,结果如图 8 所示。

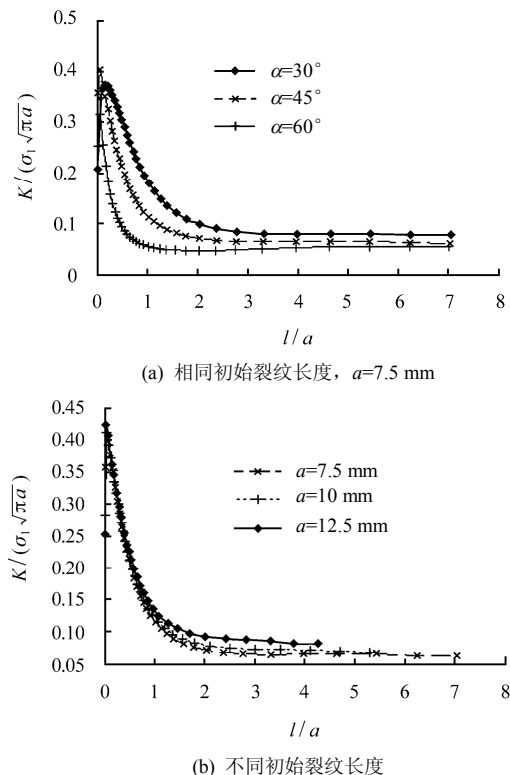


图7 翼型裂纹扩展过程中应力强度因子

Fig.7 Stress intensity factors for wing cracks extending

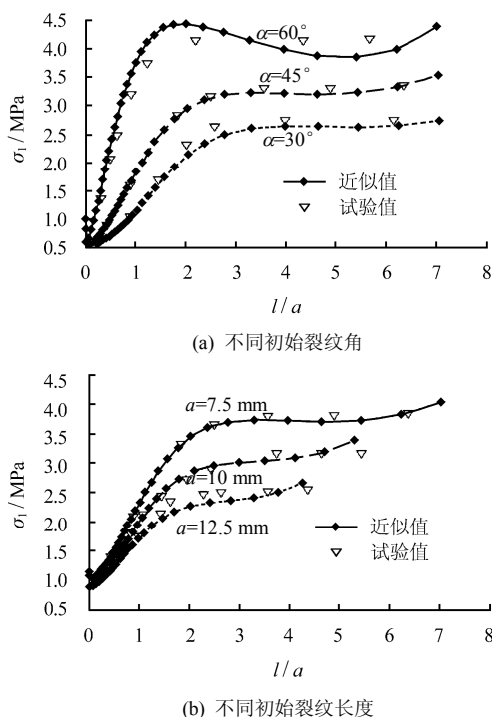


图8 翼型裂纹扩展载荷的试验值和分析解

Fig.8 Loads for wing cracks extending by experimental and analytical methods

从图7可以看出, 曲线翼型裂纹的复合应力强度因子大体上随其长度的增加而减小, 且在翼型裂纹的扩展初期, 其应力强度因子随裂纹长度的变化非常剧烈, 但当裂纹的扩展方向与最大主应力方向相差不大时, 裂纹应力强度因子变化很小。

从图8可以看出, 双曲线翼型裂纹模型得出的扩展载荷和试验所得的结果吻合较好, 且翼型裂纹扩展载荷大体上随其长度逐渐增加。但值得注意的是: 在图8中翼型裂纹扩展到一定程度时, 扩展载荷随翼型裂纹长度的增大而减小, 它的产生是由于试验中裂纹体的宽度有限, 导致翼型裂纹和裂纹体侧边界形成一个类似岩桥的结构, 这个结构在压缩作用下, 向裂纹体的侧外向变形, 导致翼型裂纹加速扩展, 且当失稳载荷越大时, 边界效应就越明显, 这种边界效应在文献[5]也曾提到过。

从以上分析可以看出, 采用文中提出的双曲线翼型裂纹模型可以较好地分析压缩作用下翼型裂纹的扩展失稳规律, 说明了文中双曲线翼型裂纹模型的合理性。

4 结 语

对压缩条件下翼型裂纹的扩展路径进行了研究, 根据翼型裂纹的扩展特点, 采用双曲线方程近似描述真实的曲线翼型裂纹的扩展路径, 并求解了双曲线方程的未知参数, 所得双曲线方程的未知参数为主裂纹的长度、主裂纹的加载角及其起裂方向, 便于求解, 且物理意义明确。

采用试验所得的不同加载角和不同长度主裂纹的翼型裂纹扩展路径与文中提出的双曲线翼型裂纹路径进行了对比分析, 发现两者吻合得很好, 说明采用双曲线翼型裂纹能较好地描述实际存在的曲线翼型裂纹的几何形状。

采用文中双曲线翼型裂纹模型对受压下张开型裂纹的翼型裂纹的扩展过程进行了分析, 并与试验实际的扩展载荷进行了对比分析, 发现两者吻合很好, 表明采用文中双曲线翼型裂纹模型可有效地分析压缩作用下张开型裂纹的扩展失稳过程。

参 考 文 献

- [1] ROBERT A, EINSTEIN H H. Fracture coalescence in rock-type material under uniaxial and biaxial compression[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1998, 35(7): 863—888.
- [2] NEMAT-NASSER S, HORII H. Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation, and rockburst[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1982: 6805—6821.
- [3] HORII H, NEMAT-NASSER S. Compression-induced microcrack growth in brittle solids: axial splitting and shear failure[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1985, 90: 3105—3125.
- [4] HORII H, NEMAT-NASSER S. Brittle failure in compression: splitting, faulting and brittle-ductile transition[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1986, 139(A): 337—374.
- [5] ASHBY M F, HALLAM S D. The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress states[J]. *Acta Metall*, 1986, 34: 497—510.
- [6] STEIF P S. Crack extension under compressive loading[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1984, 20: 463—473.
- [7] BAUD P, REUSCHLE T, CHARLEZ P. An improved wing crack model for the deformation and failure of rock in compression[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 1996, 33(5): 539—542.
- [8] LEHNER F, KACHANOV M. On modeling of “winged” cracks forming under compression[J]. *International Journal of Fracture*, 1996, 77: 65—75.
- [9] 王元汉, 徐钺, 谭国焕, 等. 改进的翼形裂纹分析计算模型[J]. *岩土工程学报*, 2000, 22(5): 612—615.
WANG Yuan-han, XU Yue, TAN Guo-huan, et al. An improved calculative model for wing crack[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, 22(5): 612—615.
- [10] SUMI Y. Computational crack path prediction[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 1985, 4: 149—156.
- [11] 李银平, 伍佑伦, 杨春和. 岩石类材料滑动裂纹模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(2): 278—284.
LI Yin-ping, WU You-lun, YANG Chun-he. Comparison of sliding crack models for rock-like materials[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(2): 278—284.
- [12] 李银平, 王元汉, 陈龙珠, 等. 含预制裂纹大理岩的压缩试验分析[J]. *岩土工程学报*, 2004, 26(1): 120—124.
LI Yin-ping, WANG Yuan-han, CHEN Long-zhu, et al. Experimental research on pre-existing cracks in marble under compression[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2004, 26(1): 120—124.
- [13] WONG R H C, CHAU K T. Crack coalescence in a rock-like material containing two cracks[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1998, 35(2): 147—164.
- [14] 郭少华. 岩石类材料的压缩断裂的实验与理论研究[博士学位论文[D]. 长沙: 中南大学, 2003.
- [15] 白世伟, 任伟中, 丰定祥, 等. 平面应力条件下闭合断续节理岩体破坏机理及强度特性[J]. *岩石力学与工程学报*, 1999, 18(6): 635—640.
BAI Shi-wei, REN Wei-zhong, FENG Ding-xiang, et al. Failure mechanism and strength properties of rock mass containing close intermittent joints under plane stress condition[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1999, 18(6): 635—640.
- [16] PARK IN BOG, LEE CHUNG-IN. Mixed-mode crack propagation in rock using numerical analysis[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2004, 41(3): 359—365.